

Basisboek wiskunde in business

Basisboek wiskunde in business

Rob Erven, Daniël Roelfsema & Gitte Kale

Tweede druk

Boom Lemma uitgevers
Amsterdam
2015

Omslagontwerp: Cunera Joosten, Amsterdam

Beeld omslag: Rawpixel

Opmaak binnenwerk: Textcetera, Den Haag

© 2015 Rob Erven, Daniël Roelfsema & Gitte Kale | Boom Lemma uitgevers

Behoudens de in of krachtens de Auteurswet gestelde uitzonderingen mag niets uit deze uitgave worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen of enige andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

Voor zover het maken van reprografische verveelvoudigingen uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16h Auteurswet dient men de daarvoor wettelijk verschuldigde vergoedingen te voldoen aan de Stichting Reprerecht (Postbus 3051, 2130 KB Hoofddorp, www.reprerecht.nl). Voor het overnemen van (een) gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (art. 16 Auteurswet) kan men zich wenden tot de Stichting PRO (Stichting Publicatie- en Reproductierechten Organisatie, Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, www.cedar.nl/pro).

No part of this book may be reproduced in any form, by print, photoprint, microfilm or any other means without written permission from the publisher.

ISBN: 978-94-6236-510-0

ISBN: 978-94-6274-203-1 (e-book)

NUR 780

www.basisboekwib2edruk.nl

www.boomlemma.nl

Voorwoord

Basisboek wiskunde in business is bestemd voor hbo-studenten aan economische opleidingen. Het boek biedt een heldere stap-voor-stap uitleg met een groot aantal voorbeelden waaruit duidelijk wordt wat het belang van wiskunde is voor de beroepspraktijk. Verder is een duidelijke competentietraining toegevoegd.

Onze dank gaat uit naar diegenen die een bijdrage hebben geleverd aan dit boek. Allereerst hartelijk dank aan Joris Bekkers en Rianne de Klerk. Verder is nog dank verschuldigd aan Anne Boer, Esther Roelfsema en Maarten Held.

Rob Erven, Daniël Roelfsema en Gitte Kale
Zwolle, augustus 2010

Bij de tweede druk

In dit boek zijn een aantal fouten gecorrigeerd en zijn er beperkt uitbreidingen op de theorie naar aanleiding van commentaar van collega's die dit boek gebruiken. Verder is er een extra set mc-vragen gemaakt om nog meer opgaven te kunnen trainen. De lay-out is dankzij het gebruik van verfrissende icoontjes geoptimaliseerd. Onze dank gaat uit naar iedereen die constructieve opmerkingen gestuurd heeft.

Rob Erven, Daniël Roelfsema en Gitte Kale
Zwolle, februari 2015

Inhoud

Voorwoord	5
Inleiding	9
1. Basisrekenvaardigheden	11
1.1 Inleiding	11
1.2 Leerdoelen	11
1.3 Case Apple iPad	11
1.4 Theorie-uitleg	12
1.5 Oplossen van het probleem in de case	23
1.6 Samenvatting	24
1.7 Opgaven	26
2. Lineaire verbanden	31
2.1 Inleiding	31
2.2 Leerdoelen	31
2.3 Case Vraag en Aanbod	31
2.4 Theorie-uitleg	32
2.5 Oplossen van het probleem in de case	47
2.6 Samenvatting	51
2.7 Opgaven	53
3. Tweedegraads verbanden	59
3.1 Inleiding	59
3.2 Leerdoelen	59
3.3 Case Duurzaam Hout	59
3.4 Theorie-uitleg	60
3.5 Oplossen van het probleem in de case	70
3.6 Samenvatting	72
3.7 Opgaven	74
4. Differentiëren	79
4.1 Inleiding	79
4.2 Leerdoelen	79
4.3 Case Winstmaximalisatie	79
4.4 Theorie-uitleg	80
4.5 Oplossen van het probleem in de case	91
4.6 Samenvatting	94
4.7 Opgaven	97

5. Financiële rekenkunde	101
5.1 Inleiding	101
5.2 Leerdoelen	101
5.3 Case Spaarplan	102
5.4 Theorie-uitleg	102
5.5 Oplossen van het probleem in de case	110
5.6 Samenvatting	112
5.7 Opgaven	113
6. Voorraadbeheer	117
6.1 Inleiding	117
6.2 Leerdoelen	117
6.3 Case Volvo	118
6.4 Theorie-uitleg	118
6.5 Samenvatting	128
6.6 Opgaven	129
Formuleblad	133
Trefwoordenregister	139
Over de auteurs	141

Inleiding

Wiskunde is een belangrijk ondersteunend vak bij economische opleidingen. Het biedt ondersteuning aan bijvoorbeeld financiële vakken, aan onderzoek en statistiek, aan levensverzekeringswiskunde, operations research, algemene economie en marketing. Dat betekent dat wiskunde een goede basis dient te leggen voor het vervolg van de opleiding.

In het algemeen kan worden gesteld dat in de vooropleiding op havo-niveau studenten prima uitgerust zijn met wiskundekennis ter voorbereiding van een economische opleiding in het hbo. Voor deze studenten is dit boek een uitstekende brug met economische toepassingen en een aanrader om vaardigheden actief te krijgen.

Voor studenten afkomstig uit het mbo geldt in het algemeen dat er weinig aandacht aan wiskunde is besteed. Deze studenten hebben een achterstand ten opzichte van havostudenten en dienen geholpen te worden om deze weg te werken. Dit boek springt hierop in door te starten met een hoofdstuk basisrekenen.

Ieder hoofdstuk kenmerkt zich door dezelfde opbouw. Na de leerdoelen wordt een case gepresenteerd met een probleem. Hierna volgt theorie-uitleg waarmee vervolgens de case wordt opgelost. Een samenvatting rondt de theorie af. Dan komen basisopgaven aan bod, waarin van makkelijk naar moeilijk aan basisvaardigheden wordt gewerkt. In de toegepaste opgaven zie je de context op verschillende vakgebieden voorbijkomen. In de competentieprikkel vind je een complexe opgave waarin je alle kennis en vaardigheden die je tot dat moment hebt opgebouwd kunt etaleren. Het boek eindigt met een overzicht van alle gebruikte formules.

Bij dit boek hoor een website: www.basisboekwib2edruk.nl. Op deze site vind je:

- uitwerkingen van alle opgaven;
- extra opgaven met antwoorden;
- uitleg hoe je de grafische rekenmachine kunt toepassen;
- uitleg hoe je Excel kunt gebruiken bij dit boek;
- powerpoints van ieder hoofdstuk.



Na het bestuderen van dit boek heb je de volgende competenties:

- Je beheerst basisrekenvaardigheden.
- Je kunt met lineaire verbanden werken in een economische en bedrijfsmatige context.
- Je kunt met tweedegraads verbanden werken in een economische en bedrijfsmatige context.

- Je kunt differentiëren en dit toepassen in een economische en bedrijfsmatige context.
- Je beheerst de basis van financiële rekenkunde.
- Je kunt bij voorraadbeheer modelmatig werken.

Basisrekenvaardigheden

1

1.1 Inleiding

Een van de eerste dingen waar je aan denkt bij het begrip *business*, is cijfers en berekeningen. Iedere succesvolle zakenman of econoom kan zeer goed met getallen overweg en snel berekeningen uitvoeren.

Dit hoofdstuk geeft een overzicht van de basisrekenvaardigheden die van belang zijn in een economische en bedrijfsmatige context. Het beheersen van de rekenvaardigheden die hier worden gepresenteerd, is een vereiste voor het goed kunnen doorgronden van de verderop in dit boek gepresenteerde onderwerpen.

1.2 Leerdoelen

Kennis

- Je kent de basisreken technieken zoals optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen, machtsverheffen en worteltrekken, procent rekenen en werken met breuken.

Vaardigheden

- Je bent in staat om basisberekeningen te maken.
- Je hebt gevoel voor wat er ongeveer uit een rekensom moet komen.
- Je kunt werken met variabelen en formules.

1.3 Case Apple iPad

De inkoop prijs van een microprocessor die in een iPad van Apple gaat, bedraagt 20 euro inclusief btw. Apple krijgt een korting van 10% op de inkoop prijs exclusief btw als men minimaal 10.000 microprocessors inkoop. Teun de Wilde, stagiair van de opleiding Bedrijfseconomie, krijgt de vraag voorgelegd hoeveel korting Apple krijgt, uitgedrukt in euro.



Teun zit te denken hoe hij dit het makkelijkst kan berekenen. Moet hij nu 21% vermenigvuldigen met 20 euro en dan vermenigvuldigen met 10%? Of ging het toch anders?

1.4 Theorie-uitleg

1.4.1 Optellen en aftrekken

Als je 6 en 8 wilt optellen, dan vind je $6 + 8 = 14$. Net zo eenvoudig is aftrekken: als je 15 minus 7 wilt berekenen, dan vind je $15 - 7 = 8$. Optellen en aftrekken is op deze wijze niet zo moeilijk.

Anders wordt het als je meerdere termen hebt. Bijvoorbeeld, wat komt er uit

$$8 + 9 - 2 + 7 - 12 + 5?$$

Om dit probleem op te lossen neem je de eerste twee termen en reken je die uit.

Dan volgt dat $8 + 9 = 17$.

Hiervan moet 2 af, dus $17 - 2 = 15$.

Dan weer 7 er bij, dus $15 + 7 = 22$.

Nu weer 12 er af, dus $22 - 12 = 10$.

En tot slot tel je er 5 bij op, $10 + 5 = 15$.

De regel is:

Regel 1

Bij optellen en aftrekken begin je vooraan de berekening en verwerk je term voor term.

1.4.2 Vermenigvuldigen en delen

Aan de hand van een voorbeeld zie je de vier situaties die je kunt krijgen met vermenigvuldigen.

$$5 \cdot 4 = 20$$

$$5 \cdot -4 = -20$$

$$-5 \cdot 4 = -20$$

$$-5 \cdot -4 = 20$$

Dit vind je terug in de volgende regel:

Regel 2

+ maal + is +

+ maal - is -

- maal + is -

- maal - is +

De regel die je hiervan nog wel eens bij toepassingen zult tegenkomen, is de laatste: min maal min levert weer plus op!

Op analoge wijze een voorbeeld met delen:

$$20/4 = 5$$

$$-20/4 = -5$$

$$20/-4 = -5$$

$$-20/-4 = 5$$

Hierbij geldt de regel:

Regel 3

+ gedeeld door + is +

- gedeeld door + is -

+ gedeeld door - is -

- gedeeld door - is +

Tot zover vermenigvuldigen en delen.

1.4.3 Haakjes wegwerken

Je kunt bewerkingen combineren en hierbij haakjes toepassen. Kijk naar het volgende voorbeeld:

$$(40 : (4 \cdot 2)) - 1 + 5 \cdot 6$$

Hoe pak je een dergelijke berekening aan?

- Eerst van binnen naar buiten de haakjes wegwerken:

Je rekt eerst $4 \cdot 2$ uit, dit is uiteraard 8.
Daarna reken je $40 : 8$ uit, dit is gelijk aan 5.

Nu heb je

$$5 - 1 + 5 \cdot 6$$

- De regel is dat vermenigvuldigen en delen voorgaan voor optellen en aftrekken.

Daarom moet je nu eerst

$$5 \cdot 6 \text{ uitrekenen, dit is } 30$$

Je ziet nu

$$5 - 1 + 30$$

Dit levert het eindantwoord op; je vindt 34.

Onthoud de regel:

Regel 4

- eerst haakjes wegwerken;
- machtsverheffen gaat voor, dan vermenigvuldigen of delen, en dan optellen of aftrekken.

1.4.4 Rekenen met variabelen

Kijk naar de volgende berekening:

$$5 \cdot 4 + 3 \cdot 4 = 8 \cdot 4$$

Er staat dat je 5 vieren hebt en daar nog eens 3 vieren aan toevoegt. Samen heb je 8 vieren. Als je de 4 verwisselt voor een variabele a , dan zie je:

$$5 \cdot a + 3 \cdot a = 8 \cdot a$$

Dit ziet er visueel niet fraai uit, daarom is de meest toegepaste schrijfwijze:

$$5a + 3a = 8a$$

In deze berekening is de gemeenschappelijke factor a , je telt in feite alleen de 5 en de 3 op.

Wat komt er uit:

$$3a + 3b + 2a - 2b - a?$$

Je zoekt de termen met een **gemeenschappelijke factor**. Bij elkaar horen $3a$, $2a$ en $-a$. Deze kun je bij elkaar zetten en uitrekenen

$$3a + 2a - a = 4a$$

Analoog doe je dit met de andere twee termen

$$3b - 2b = b$$

Het eindantwoord is daarom:

$$3a + 3b + 2a - 2b - a = 4a + b.$$

Je hebt een voorbeeld gezien met optellen en aftrekken, nu ga je vermenigvuldigen. Wat komt er uit

$$2ab \cdot 4cd?$$

Dit is niet moeilijk! Je hoeft alleen maar $2 \cdot 4$ uit te rekenen, dit is 8. De andere variabelen kun je niet samen nemen en blijven daarom staan:

$$2ab \cdot 4cd = 8abcd.$$

1.4.5 Breuken

Breuken bestaan uit een teller en een noemer en zijn bedoeld om verhoudingen weer te geven.

In de breuk $\frac{1}{8}$, is '1' de teller en '8' de noemer. Als we bijvoorbeeld de winst moeten delen met 8 aandeelhouders, dan krijgt iedere aandeelhouder $\frac{1}{8}$ van de winst. Als nu één aandeelhouder een andere aandeelhouder 'uitkoopt', door het kopen van zijn aandelen, dan zal hij voortaan:

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8}$$

van de winst krijgen. De regel hierbij is:

Regel 5

Als je twee breuken hebt en de noemers zijn gelijk, dan mag je de tellers bij elkaar optellen.

Als je bijvoorbeeld hebt:

$$\frac{1}{8} + \frac{3}{8}$$

dan mag je de tellers 1 en 3 bij elkaar optellen en vind je als resultaat $\frac{4}{8}$.

Uiteraard geldt dit ook als je breuken van elkaar afhaalt. Maar wat doe je als je twee breuken hebt en ze zijn niet gelijknamig, dus geen gelijke noemers? Stel dat je bijvoorbeeld zelf $\frac{1}{6}$ van de aandelen bezit en je koopt de aandelen van iemand die $\frac{1}{8}$ bezit, hoeveel van de winst krijg je dan? Wat we moeten uitrekenen is:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{8}$$

Je moet op zoek gaan naar het kleinste gemene veelvoud van 6 en 8 en dat is 24.

- Vermenigvuldig $\frac{1}{6}$ in de teller en noemer met 4, dus $\frac{1}{6} \cdot \frac{4}{4} = \frac{4}{24}$
- Vermenigvuldig $\frac{1}{8}$ in de teller en noemer met 3, dus $\frac{1}{8} \cdot \frac{3}{3} = \frac{3}{24}$

Omdat de breuken gelijknamig zijn, mag je ze bij elkaar optellen en vind je

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{4}{24} + \frac{3}{24} = \frac{7}{24}$$

Je krijgt nu dus $\frac{7}{24}$ van de winst.

Regel 6

Bij het optellen van breuken maak je de noemers gelijknamig. Daarna mag je de tellers optellen en de noemer laten staan.

Stel je hebt de keus tussen de helft van de winst of een derde van de winst, dan is het duidelijk dat je bij de helft van de winst meer krijgt dan bij een derde, maar hoeveel meer? Hoeveel keer past $\frac{1}{3}$ in $\frac{1}{2}$? Hiervoor zou je deze twee breuken op elkaar moeten delen, maar hoe moet dit?

Delen van breuken gaat volgens de regel:

Regel 7

Delen door een breuk is vermenigvuldigen met het omgekeerde.

Als je bijvoorbeeld hebt:

$$\frac{1/2}{1/3}, \text{ dan mag je dit herschrijven naar } \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{1} = \frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{3}{2}$$

De helft van de winst is dus $3/2$, ofwel $1\frac{1}{2}$ keer de winst van een derde van de winst.

1.4.6 Machtsverheffen

Voorbeeld 1



Mond-tot-mondreclame is een van de beste vormen van reclame. Dirk Koppel is directeur van een innovatief opstartend bedrijf en hij denkt dat iedere dag 2 mensen over zijn product te horen krijgen via iemand die er al eerder van gehoord heeft. Zo verspreidt de naamsbekendheid van zijn product zich als een lopend vuurtje door Nederland.

Immers, de 2 mensen die er vandaag over horen, zullen dit morgen weer aan anderen gaan vertellen. Dus als vandaag 1 iemand gehoord heeft van het product, dan hebben er twee dagen later al $2 \cdot 2 = 4$ mensen van gehoord. En drie dagen later $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ mensen en vier dagen later $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$. Dit proces noem je machtsverheffen. $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ wordt in de wiskunde aangegeven met 2^4 , 2 vier keer vermenigvuldigd met zichzelf, of 2 tot de macht 4! In deze berekening noem je '2' het grondtal. Het getal dat aangeeft hoe vaak je '2' met zichzelf vermenigvuldigt, hier '4', noem je de exponent.

